PART4　絶対値を含む方程式・不等式

例題

次の方程式・不等式を解け。

(1)　$|x-2|=3$　　(2)　$|2x-1|<5$　　(3)　$|3x+2|\geqq 4$　　(4)　$|x+4|=5x$

Point Pickup

練習

次の方程式・不等式を解け。

(1)　$|x+5|=2$　　(2)　$|3x+2|\leqq 3$　　(3)　$|x-1|\geqq 2$　　(4)　$|x-3|=-2x$

第 3 講　PART4　確認問題

1　次の方程式を解け。

$|x+2|=3$

$x=$ ア ， イウ

2　次の不等式を解け。

$|3x-1|\leqq 7$

エオ $\leqq x \leqq \dfrac{\text{カ}}{\text{キ}}$

3　次の不等式を解け。

$|x-6|\geqq 4$

$x\leqq$ ク ， ケコ $\leqq x$

4　次の方程式を解け。

$|x+1|=-3x$

$x=-\dfrac{\text{サ}}{\text{シ}}$

PART4　絶対値を含む方程式・不等式

例題

次の方程式・不等式を解け。

(1)　$|x-2|=3$　　(2)　$|2x-1|<5$　　(3)　$|3x+2|\geqq 4$　　(4)　$|x+4|=5x$

(1)　$|x-2|=3$　より　$x-2=\pm 3$

つまり　$x-2=3$，$x-2=-3$ より　$x=5$，-1

(2)　$|2x-1|<5$　より $-5<2x-1<5$　　$-4<2x<6$

よって $-2<x<3$

(3)　$|3x+2|\geqq 4$ より $3x+2\leqq -4$，$4\leqq 3x+2$

$3x\leqq -6$，$2\leqq 3x$

よって $x\leqq -2$，$\dfrac{2}{3}\leqq x$

(4)　$|x+4|=5x$

$x\geqq -4$ のとき $x+4=5x$　　$x=1$　　これは $x\geqq -4$ を満たす。

$x<-4$ のとき $-x-4=5x$　　$x=-\dfrac{2}{3}$　　これは $x<-4$ を満たさず不適。

したがって，求める解は $x=1$

練習

次の方程式・不等式を解け。

(1)　$|x+5|=2$　　(2)　$|3x+2|\leqq 3$　　(3)　$|x-1|\geqq 2$　　(4)　$|x-3|=-2x$

(1)　$|x+5|=2$ より $x+5=\pm 2$

つまり $x+5=2$，$x+5=-2$ より $x=-3$，-7

(2)　$|3x+2|\leqq 3$ より $-3\leqq 3x+2\leqq 3$　　$-5\leqq 3x\leqq 1$

よって $-\dfrac{5}{3}\leqq x\leqq \dfrac{1}{3}$

(3)　$|x-1| \geqq 2$ より $x-1 \leqq -2$，$2 \leqq x-1$

よって $x \leqq -1$，$3 \leqq x$

(4)　$|x-3| = -2x$

$x \geqq 3$ のとき $x-3 = -2x$　　$x = 1$　　これは $x \geqq 3$ を満たさず不適。

$x < 3$ のとき $-x+3 = -2x$　　$x = -3$　　これは $x < 3$を満たす。

したがって，求める解は $x = -3$

第３講　PART4　確認問題 解答

1

[正解] ア：1，イウ：−5

[解説]

$|x+2|=3$　より　$x+2=\pm 3$ [A]

$x+2=3$　より　$x=1$

$x+2=-3$　より　$x=-5$

よって　$\boldsymbol{x=1,\ -5}$

> [A]　絶対値を含む方程式
> $c>0$ のとき，
> 方程式 $|x|=c$ の解は　$x=\pm c$

2

[正解] エオ：−2，カ：8，キ：3

[解説]

$|3x-1|\leqq 7$　より　$-7\leqq 3x-1\leqq 7$ [B]

$-6\leqq 3x\leqq 8$　よって　$\boldsymbol{-2\leqq x\leqq \dfrac{8}{3}}$

> [B]　絶対値を含む不等式
> $c>0$ のとき，
> 不等式 $|x|<c$ の解は　$-c<x<c$

3

[正解] ク：2，ケコ：10

[解説]

$|x-6|\geqq 4$　より　$x-6\leqq -4$，$4\leqq x-6$ [C]

よって　$\boldsymbol{x\leqq 2,\ 10\leqq x}$

> [C]　絶対値を含む不等式
> $c>0$ のとき，
> 不等式 $|x|>c$ の解は　$x<-c$，$c<x$

4

[正解] サ：1，シ：4

[解説]

$|x+1|=-3x$

$x\geqq -1$ のとき　$x+1=-3x$　$4x=-1$

$$x=-\frac{1}{4}$$

これは　$x\geqq -1$ を満たす。[D]

$x<-1$ のとき　$-x-1=-3x$　$2x=1$

$$x=\frac{1}{2}$$

これは　$x<-1$ を満たさず不適。[D]

したがって，求める解は　$\boldsymbol{x=-\dfrac{1}{4}}$

> [D]　$a\geqq 0$ のとき，$|a|=a$
> $a<0$ のとき，$|a|=-a$
> であることを用いて，絶対値記号をはずす。
> 方程式を解き，求めた解が場合分けの条件を満たすかどうか確認する。